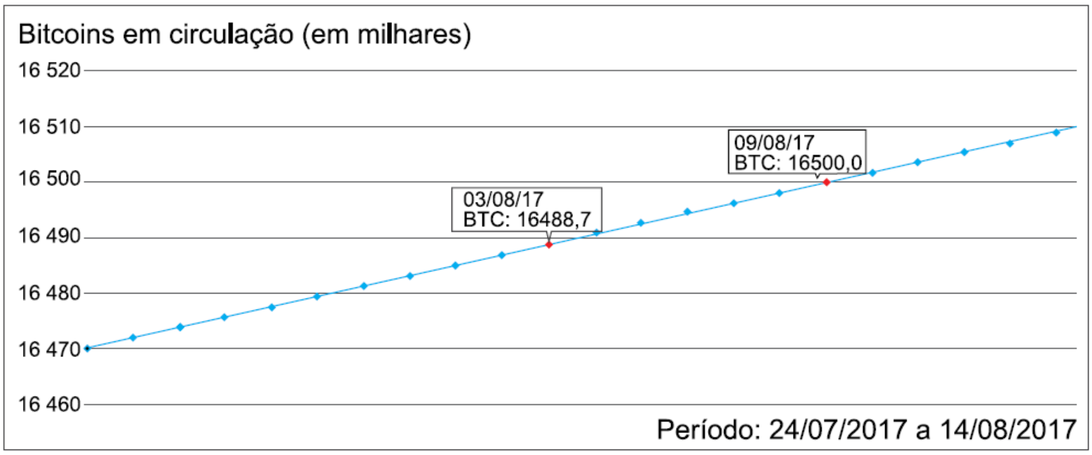
Resolução Insper 2018.1

Leia o texto e o gráfico para responder às questões de números **26** e **27**.

Lançada em 2009, a bitcoin ganha espaço no mercado internacional como um meio de troca atrativo por permitir transações a taxas baixas sem recorrer a intermediários, como bancos ou empresas como o PayPal. Diferentemente de moedas tradicionais, ela não é gerida por um banco central, mas por uma comunidade dispersa na internet.



(www.nexojornal.com.br e https://blockchain.info. Adaptado)

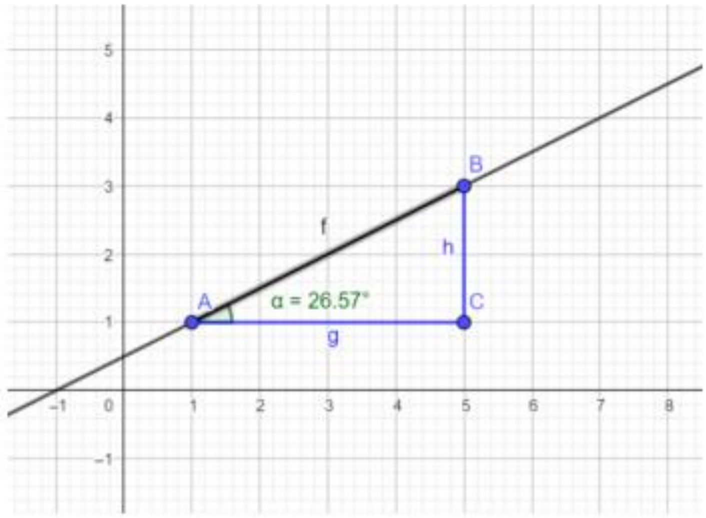
Dado: Considere linear o comportamento do total de bitcoins em circulação ao longo do período indicado no gráfico.

26) No período analisado, a taxa diária de crescimento do total de bitcoins foi de, aproximadamente,

a) 2 121,6.
b) 1 614,3.
c) 2 475,2.
d) 1 883,3.
e) 1 255,6.

Resolução:

A taxa de decrescimento de uma reta é igual ao seu coeficiente angular, ou seja:



Na figura, m= $tg(\alpha) = \frac{h}{g} = \frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)} = \frac{(3-1)}{(5-1)} = \frac{1}{2}$, em que m é o coeficiente angular.

Na imagem da questão, as abscissas (x) são os dias passados e as ordenadas (y) são os bitcoins em circulação.

Assim, nosso “ponto A” é (3 ; 16488,7) e nosso “ponto B” é o ponto (9 ; 16500,0).

Usando que a taxa de crescimento:

$$m = \frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)},$$

e lembrando que os dados se referem a milhares (10^3) bitcoins,

$$m = \frac{(16500{,}0 - 16488{,}7).10^3}{(9-3)} = \frac{11.300}{6} = \mathbf{1883{,}3}$$

Resposta: D

27) Seja t a taxa diária de crescimento do total de bitcoins no período analisado. No último dia do mês de julho de 2017, o total de bitcoins em circulação, em milhares, era igual a

a) $16\,488{,}7 - 4t$
b) $16\,488{,}7 - 3 \cdot 10^{-3}\,t$
c) $16\,488{,}7 - 3t$
d) $16\,488{,}7 - 3 \cdot 10^{3}\,t$
e) $(16\,488{,}7 - 3t)10^{-3}$

Resolução:

Dado uma reta de coeficiente angular "m" e um ponto (x_0, y_0) pertencente à reta, podemos determinar a equação da reta pela seguinte fórmula:

$$(y - y_0) = m.(x - x_0)$$

No nosso caso, como consideramos o ponto A como sendo (3 ; 16488,7), o último dia de julho possui x = 0 e y a ser determinado. Assim, o nosso ponto (x_0, y_0) pode ser o ponto A e nosso m é o próprio t.

Substituindo na equação:

$$(y - 16488{,}7).10^3 = t(0 - 3)$$

$$\rightarrow y = \frac{-3t}{10^3} + 16488{,}7$$

$$\rightarrow \boldsymbol{y = -3t.10^{-3} + 16488{,}7}$$

Resposta: B

Leia o texto para responder às questões de números **28** e **29**.

Uma peça pode ser fabricada pelo técnico A, com moldagem manual, ou pelo técnico B, com impressora 3D. Para fabricar a peça com moldagem manual, gastam-se 4 horas de trabalho do técnico A e R$ 40,00 de material. O valor da hora de trabalho do técnico A é R$ 17,00. Quando feita com impressora 3D, a mesma peça é fabricada em 3 horas de trabalho do técnico B, com gasto de R$ 12,00 com material.

28) A fabricação dessa peça é mais cara com impressora 3D se o valor da hora de trabalho do técnico B for, no

a) mínimo, superior a R$ 32,00.
b) mínimo, R$ 32,00.
c) mínimo, superior a R$ 24,00.
d) máximo, R$ 32,00.
e) máximo, inferior a R$ 24,00.

Resolução:

Sejam C_{manual} e C_{3D} os custos totais das modelagens manual e 3D, respectivamente. Esses custos serão dados por: (preço da hora x quantidade de horas) + custo do material.

Assim, temos:

$$C_{manual} = 40 + 4.17$$

$$C_{3D} = 12 + 3.x$$

Queremos que $C_{3D} > C_{manual}$:

$$12 + 3x > 40 + 68 \rightarrow$$

$$3x > 108 - 12 = 96 \rightarrow \boldsymbol{x > 32}$$

Resposta: A

29) Juntos, o total de técnicos A e B da fábrica é igual a 68. Se esses técnicos fabricam 480 peças em 24 horas, então o total de técnicos B supera o de técnicos A em

a) 18,5%.
b) 21,5%.
c) 18%.
d) 25%.
e) 12,5%.

Resolução:

Seja n(A) e n(B) os técnicos A e B, respectivamente, da fábrica. Como o total de técnicos é 68,

$$n(A) + n(B) = 68$$

Sabemos também que os técnicos A fabricam uma peça em 4 horas. Assim, em 6 x 4 = 24 h, fabricam 6 peças.

Analogamente, os técnicos B fabricam 8 peças em 8 x 3 = 24h. Com isso, a quantidade de peças fabricadas por dia, multiplicada pela quantidade de funcionários, dá o total de peças do dia. Logo,

$$6.\ n(A) + 8\ n(B) = 480.$$

Temos o sistema:

- $n(A) + n(B) = 68$
- $6.\ n(A) + 8\ n(B) = 480$

Logo, multiplicando a primeira equação por 6,

- $6.\ n(A) + 6\ n(B) = 6.68 = 408$
- $6.\ n(A) + 8\ n(B) = 480.$

Subtraindo a 2ª da 1ª:

$$2\,n(B) = 480 - 408 = 72$$

$$\rightarrow n(B) = 36;$$

$$\rightarrow n(A) = 68 - 36 = 32$$

Assim, o número de técnicos em B supera A em

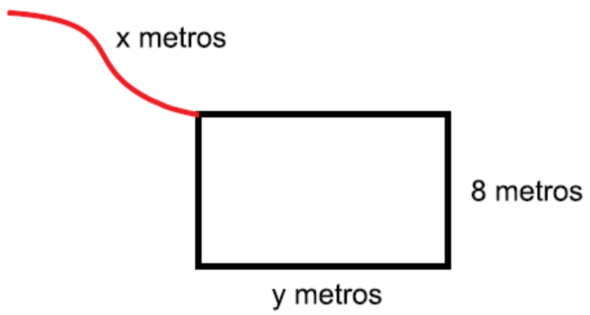
36 – 32 = 4

Percentualmente:

$$P = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = \mathbf{12{,}5\%}$$

Resposta: E

30) A figura a seguir representa a vista superior de um curral retangular, de y metros por 8 metros, localizado em terreno plano. Em um dos vértices do retângulo, está amarrada uma corda de x metros de comprimento. Sabe-se que y > x > 8.



Um animal, amarrado na outra extremidade da corda, foi deixado pastando na parte externa do curral. Se a área máxima de alcance do animal para pastar é de 76 π m^2, então x é igual a

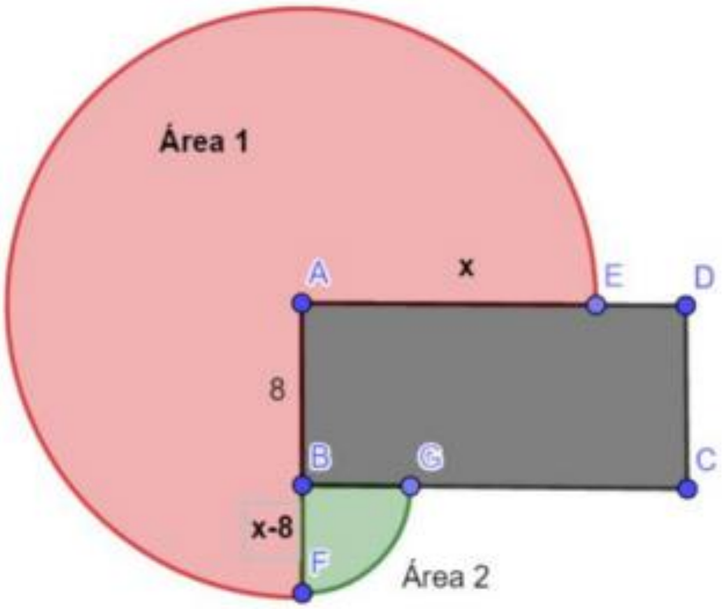
a) 9,8.
b) 9,6.
c) 10,0.
d) 10,4.
e) 9,0.

Resolução:

A área máxima para pastagem do animal é dada quando a corda está esticada. Caso contrário, o animal sempre poderia ir um pouco mais a frente. Assim, a corda deverá estar sempre esticada e com tamanho constante e igual a x.

A figura delimitada pelo animal é a seguinte:

Note que no ponto B, a corda ainda poderá girar, formando uma circunferência de raio menor:



Área 1: $\frac{3}{4}$ de um círculo de raio x;

Área 2: $\frac{1}{4}$ de um círculo de raio (x – 8).

Assim,

$$Atot = A1 + A2 = \frac{3}{4}(\pi x^2) + \frac{1}{4}\,\pi(x-8)^2$$

Então, sabido o valor de $\mathrm{A_{Tot}}$

$$76\pi = \frac{3}{4}(\pi x^2) + \frac{1}{4}\,\pi(x^2 - 16x + 64)$$

Multiplicando por 4 nos dois lados:

$$\rightarrow 4.76\pi = (3+1)\,\pi x^2 - 16\pi x + 64\pi$$

Dividindo a equação por π:

$$\rightarrow 304 = 4\,x^2 - 16x + 64$$

Dividindo por 4:

$$\rightarrow 76 = x^2 - 4x + 16$$

$$\rightarrow 60 = x^2 - 4x$$

Somando 4 dos dois lados, obtemos um quadrado perfeito:

$$\rightarrow 64 = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$$

Como 64 = 8^2, tiramos a raiz dos dois lados:

$$\rightarrow \pm 8 = x - 2$$

$$\rightarrow x = 10 \; ou - 6$$

O valor -6 não convém (não podemos ter medidas negativas!)

Logo, **x = 10**

Resposta: C

Leia o texto para responder às questões de números **31** e **32**.

LOTOGOL é um jogo de loteria em que o apostador marca seu palpite de placar em 5 jogos de futebol de uma rodada. Ganha premiação aquele que acerta 3, 4 ou 5 dos palpites. Estas são as instruções do jogo:

Como jogar

Acerte a quantidade de gols feitos pelos times de futebol na rodada e concorra a uma bolada. Para apostar, basta marcar no volante o número de gols de cada time de futebol participante dos 5 jogos do concurso. Você pode assinalar 0, 1, 2, 3 ou mais gols (esta opção está representada pelo sinal +). Os clubes participantes estão impressos nos bilhetes emitidos pelo terminal.

Exemplo de aposta

Jogo		Placar				
1	VITÓRIA/BA	**0**	1	2	3	+
	X					
	AVAÍ/SC	0	**1**	2	3	+
2	ATLÉTICO/MG	0	1	**2**	3	+
	X					
	FLAMENGO/RJ	**0**	1	2	3	+
3	INTERNACIONAL/RS	0	1	2	3	**+**
	X					
	LONDRINA/PR	0	**1**	2	3	+
4	CEARÁ/CE	0	**1**	2	3	+
	X					
	CRB/AL	**0**	1	2	3	+
5	CSA/ALE	0	1	**2**	3	+
	X					
	REMO/PA	**0**	1	2	3	+

(http://loterias.caixa.gov.br. Adaptado)

31) O número total de diferentes apostas que podem ser feitas no LOTOGOL é igual a

a) 5^6
b) $5^{10} - 5$
c) 5^5
d) 5^{10}
e) $5^5 - 5$

Resolução:

Podemos pensar no problema de 2 formas:

Forma 1: Em cada jogo, temos 2 times.

Para cada placar do time de casa, temos 5 combinações (0, 1, 2, 3 e +). Como o time da casa pode marcar de 5 formas,

$$P = 5.5 = 25 \text{ possibilidades.}$$

Como devemos apostar em 5 jogos, cada um com a mesma probabilidade, o número de apostas diferentes é

$$P = 25.25.25.25.25 = (25)^5 = (5^2)^5$$

$\rightarrow P = 5^{2.5} = \mathbf{5^{10}}$ **possibilidades**

Forma 2: Cada time possui 5 possibilidades de terminar o jogo (0, 1, 2, 3 e +). Como são 10 times no total, todos com mesma probabilidade,

$P = 5.5.5.5.5.5.5.5.5.5 = \mathbf{5^{10}}$ **possibilidades**

Resposta: D

32) Laura acredita que, nos 5 jogos da rodada, serão marcados um total de 4 gols. Além disso, ela também acredita que em apenas um dos jogos o placar será zero a zero. O número de apostas diferentes que Laura poderá fazer, seguindo sua crença, é

a) 64.
b) 96.
c) 80.
d) 84.
e) 75.

Resolução:

Passo 1: Laura acredita que apenas 1 dos jogos acabará em 0x0. Observe que, ao escolhermos qual jogo terminará com esse placar, automaticamente determinaremos os 4 outros que não terminam em 0x0.

Assim, existem 5 chances de escolhermos qual jogo acaba em empate sem gols (jogo 1, 2, 3, 4 ou 5).

$$P_1 = 5$$

Passo 2: Com o empate já determinado, atentemos ao problema: Irão ser marcados exatamente 4 gols, sendo que temos 4 jogos e nenhum deles pode ser empate sem gols. Logo, se tivermos mais de 1 gol em um jogo, essa condição não pode ser cumprida. Assim, invariavelmente, cada jogo deve acabar com apenas 1 gol marcado.

Além disso, para que o jogo acabe com 1 gol, temos 2 chances: o time visitante marca o gol ou o time mandante marca o gol.

Além disso, para que o jogo acabe com 1 gol, temos 2 chances: o time visitante marca o gol ou o time mandante marca o gol.

$$P_2 = 2.2.2.2 = 2^4 = 16$$

Passo 3:

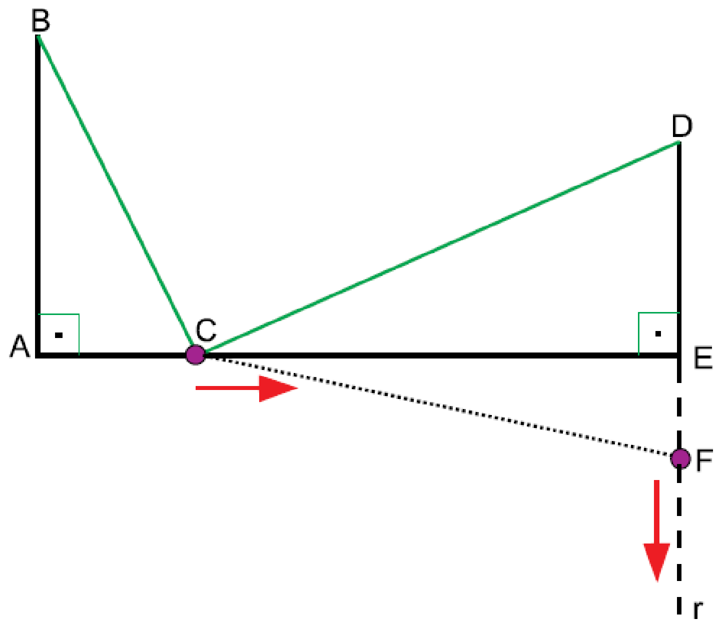
A quantidade de apostas diferentes é dada quando multiplicamos a quantidade de casos possíveis vistos nos passos 1 e 2, ou seja:

$$P_{total} = P_1.P_2 = 16.5 = \mathbf{80}\ \boldsymbol{apostas}$$

Resposta: C

Considere o texto e a imagem a seguir para responder às questões de números **33** e **34**.

Na figura, BAC e DEC são triângulos retângulos em Â e Ê, com AB = 15 cm, ED = 10cm e AE = 30 cm. O ponto C pertence a $\overline{AE}$ e o ponto F pertence a r, que é reta suporte de $\overline{DE}$. O ponto C pode mover-se ao longo de $\overline{AE}$. , e o ponto F pode mover-se ao longo de r, como mostra a figura.



A partir dessas condições, demonstra-se facilmente que BC + CD será mínimo na circunstância em que o triângulo DCF é isósceles de base $\overline{DF}$.

33) A medida de $\overline{BD}$, em centímetros, é igual a

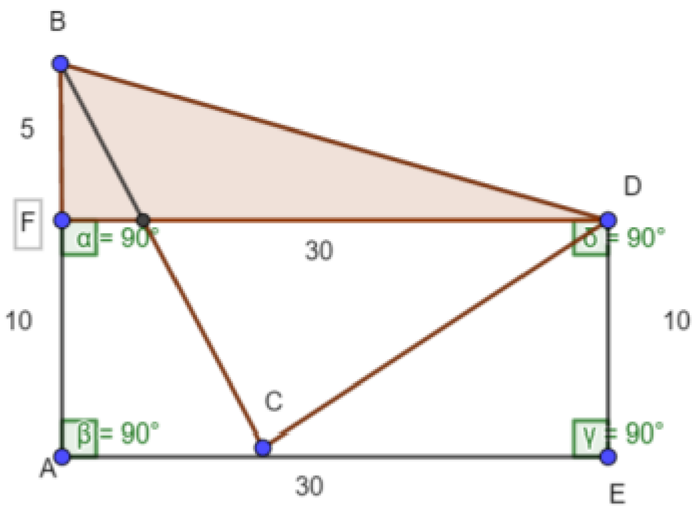
a) $5\sqrt{53}$
b) $5\sqrt{57}$
c) $6\sqrt{26}$
d) $5\sqrt{41}$
e) $18\sqrt{3}$

Resolução:

Vamos fazer de 2 formas:

Solução 1: Geometria plana

Complete o retângulo traçando um segmento partindo de D, paralelo a **AE**, até chegar em **AB**, no ponto F, conforme a figura:



O triângulo FBD formado é retângulo, de hipotenusa **BD** e catetos **BF** e **FD**, medindo 5 e 30, respectivamente.

Assim, basta aplicar o teorema de Pitágoras:

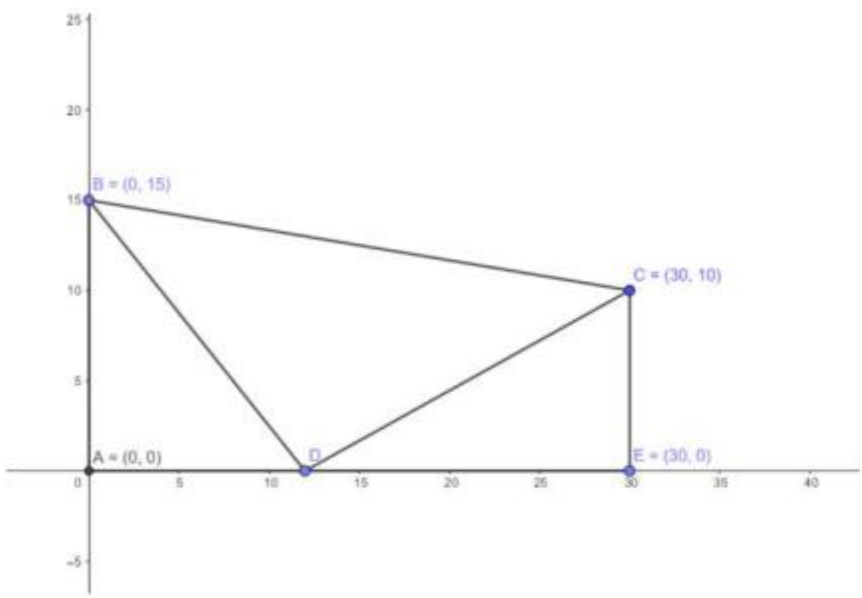
$$BD^2 = BF^2 + FD^2$$

$$\rightarrow BD^2 = 5^2 + 30^2 = 25 + 900$$

$$\rightarrow BD^2 = 925 = 37.25 \rightarrow \boldsymbol{BD = 5\sqrt{37}}$$

Solução 2: Geometria analítica:

Adotando o ponto A como centro do eixo de coordenadas (0,0), os pontos B e D ficam facilmente determinados: (0,15) e (30,10), respectivamente.



O valor de BD é a distância entre os pontos B e D, que é dada por:

$$D_{BD} = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2}$$

Logo,

$$D_{BD} = \sqrt{(30 - 0)^2 + (10 - 15)^2}$$

$$\rightarrow D_{BD} = \sqrt{(30)^2 + (-5)^2}$$

$$\rightarrow D_{BD} = \sqrt{900 + 25} = \sqrt{925} = \mathbf{5\sqrt{37}}$$

Resposta: B

34) O menor valor possível de BC + CD, em centímetros, é igual a

a) $6\sqrt{42}$
b) $5\sqrt{61}$
c) $7\sqrt{31}$
d) $12\sqrt{11}$
e) $7\sqrt{29}$

Resolução:

Pode não parecer, mas essa é uma questão de Física:

Lembrete:

“O raio de luz sempre busca o menor caminho possível para se propagar”

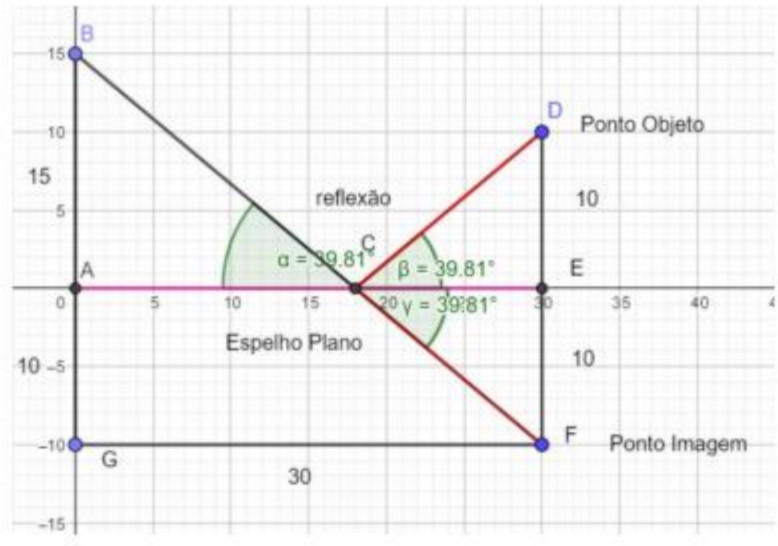
“Em uma reflexão em espelho plano, o ângulo de incidência é igual de reflexão”

“A distância do objeto ao espelho plano é igual à distância da imagem ao mesmo espelho.”

Percebeu a situação?

A questão pede o menor valor de BC + CD. Esse valor é, justamente, o mesmo que um raio de luz teria que percorrer saindo de B para chegar em D, por meio de reflexão. Assim, basta imaginar que **AE** é um espelho plano, e que F é a imagem do objeto em D.

Assim, temos uma mera questão de óptica geométrica:



Observe que **CD** = **CF** (triângulo isósceles, como disse o enunciado). Além disso, como F é a imagem de D, B, C e F são colineares.

Portanto,

$$BC + CD = BC + CF = BF$$

BF é calculado por Pitágoras no triângulo BGF:

$$BF^2 = BG^2 + GF^2$$

$$\rightarrow BF^2 = (15 + 10)^2 + 30^2$$

$$\rightarrow BF^2 = (25)^2 + 30^2$$

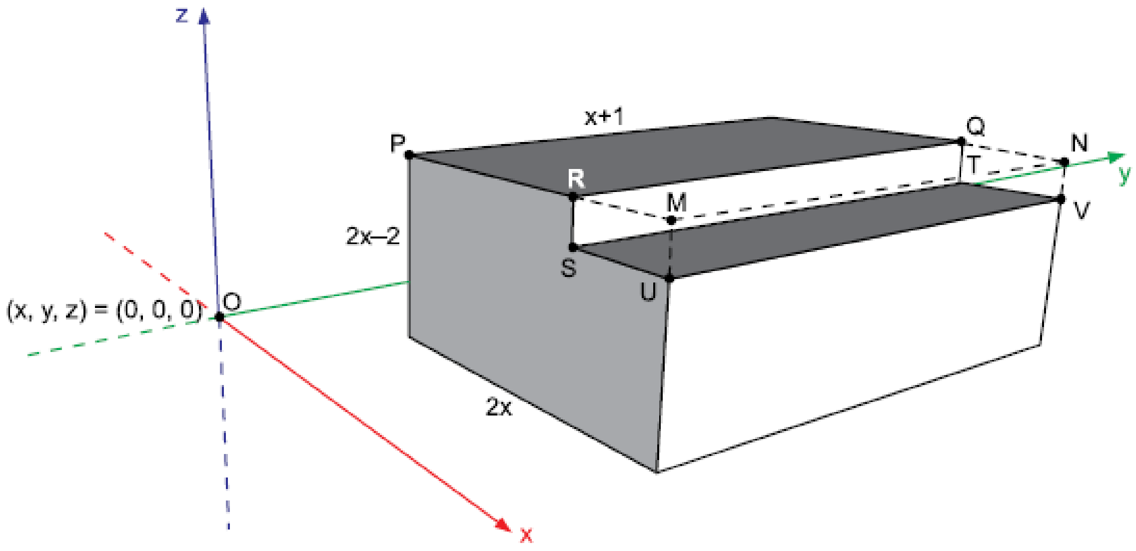
$$\rightarrow BF^2 = 625 + 900 = 1525 = 25.61$$

$$\rightarrow BF = \sqrt{25.61} = 5\sqrt{61}$$

Resposta: B

Considere o texto e a imagem para responder às questões de números 35 e 36.

A figura indica, em linha cheia, um prisma reto com faces, duas a duas, em planos perpendiculares ou em planos paralelos. Três de suas arestas medem 2x, 2x – 2 e x + 1, como indicado no desenho. O prisma está no sistema cartesiano XYZ, com uma face contida no plano XY e com arestas paralelas ao eixo x ou ao eixo y. Sabe-se, ainda, que P, Q, R, S, T, U e V são vértices do prisma, que *O* é a origem do sistema XYZ e que todas as medidas de comprimento da figura estão em centímetros.



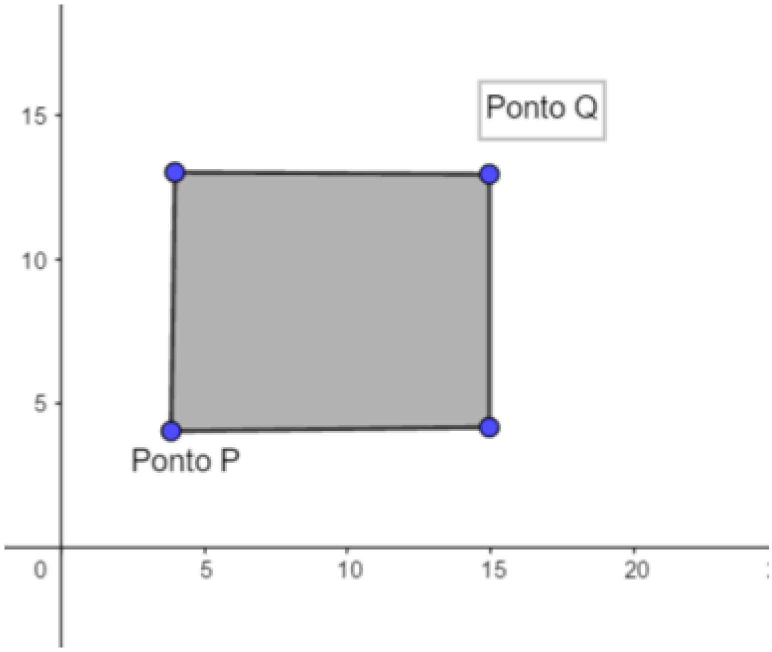
35) Se P possui coordenadas $(X_P,\ Y_P,\ Z_P) = (3,\ 4,\ 14)$ e Q possui coordenadas $\left(15, 13,\ Z_Q\right)$, então a distância de Q até a origem *O*, em centímetros, é igual a

a) $\sqrt{140}$
b) $\sqrt{600}$
c) $\sqrt{570}$
d) $\sqrt{590}$
e) $\sqrt{530}$

Resolução:

A face que contém os pontos P e Q é paralela ao plano XY, uma vez que uma face pode ser ou paralela ou perpendicular a outra face qualquer na figura, de acordo com o texto. Na figura, claramente, o paralelismo ocorre.

Para um observador que enxerga a figura de cima:



Assim, sendo a aresta paralela ao plano XY, o ponto P e Q possuem o mesmo valor da coordenada Z, já que não possui diferença de "altura" entre os dois planos.

Assim, Z_p = 14.

Portanto: Q = (15,13,14).

A distância de 2 pontos B e D é dada por:

$$\sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2 + (z_D - z_B)^2}$$

Assim, a distância de Q até O é:

$$\sqrt{(x_Q - x_O)^2 + (y_Q - y_O)^2 + (z_Q - z_O)^2}$$

Como O é a origem, x_o, y_o e z_o são iguais a 0.

Logo,

$$D = \sqrt{(x_Q)^2 + (y_Q)^2 + (z_Q)^2}$$

$$D = \sqrt{(15)^2 + (13)^2 + (14)^2}$$

$$D = \sqrt{225 + 169 + 196} = \sqrt{\mathbf{590}}$$

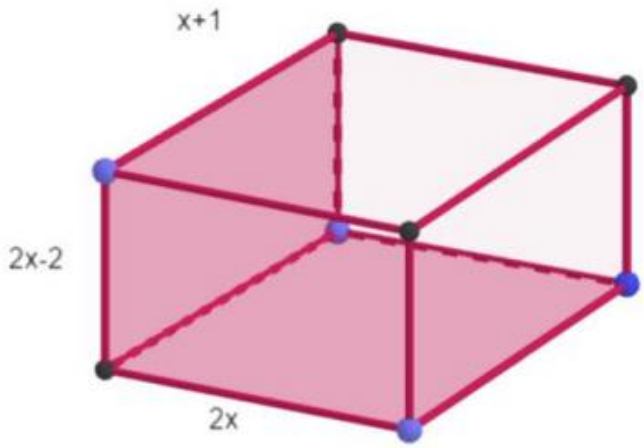
Resposta: D

36) Se os volumes do prisma, indicado na figura, e do paralelepípedo reto-retângulo MRSUNQTV, tracejado na figura, são, respectivamente, iguais a 1 264 cm^3 e 80 cm^3, então a medida de x, em centímetros, é um número

a) primo.
b) múltiplo de 11.
c) múltiplo de 13.
d) múltiplo de 3.
e) par.

Resolução:

Para facilitar o trabalho, notemos o seguinte: O prisma, junto com o paralelepípedo MRSUNQTV, forma outro paralelepípedo maior, representado na figura abaixo:



Assim, o volume dessa figura é igual ao volume do prisma adicionado ao do paralelepípedo MRSUNQTV.

O volume de um paralelepípedo é dado pelo produto das suas 3 dimensões (altura, largura e profundidade). Logo,

$$1264 + 80 = 2x.(x+1).(2x-2)$$

$$\rightarrow 1344 = 2x.(x+1).2(x-1)$$

$$\rightarrow 1344 = 4x.(x+1).(x-1)$$

$$\rightarrow 336 = x.(x+1).(x-1)$$

Atenção!

Chegamos a uma equação do terceiro grau. Contudo, não precisa se desesperar: ela possui uma solução óbvia, que conseguimos descobrir sem formas algébricas:

$$336 = x.(x+1).(x-1$$

Fatorando, temos:

$$\rightarrow 16.3.7 = x.(x+1).(x-1)$$

Notem que a equação acima representa que o produto de 3 números consecutivos dá o número desejado.

Se usarmos que 16 = 2.8, ficamos com:

$$\rightarrow 8.2.3.7 = x.(x+1).(x-1)$$
$$\rightarrow 8.6.7 = x.(x+1).(x-1)$$

Agora fica claro que, se x = 7, x+1 = 8 e x-1 = 6. Assim, x = 7 é solução do problema.

7 é número primo.

Resposta: A

OBS: Você pode estar se perguntando: Tá, achamos 1 solução, mas temos mais 2. Não teria que achar outra?

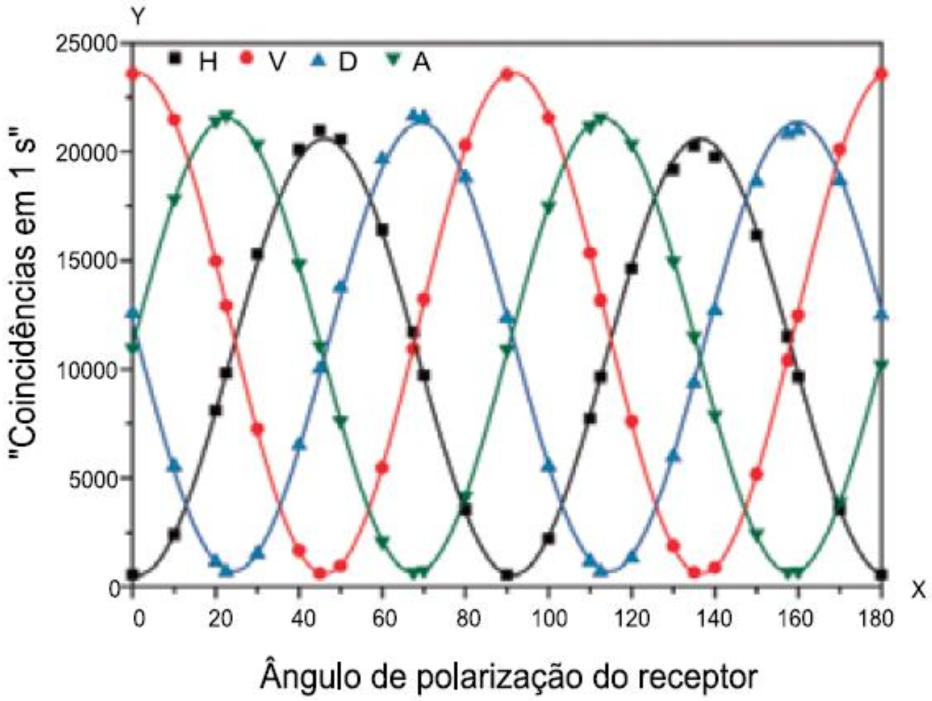
A resposta é não, pois caso houvesse outra solução plausível, a questão deveria ser anulada, já que haveria mais de uma resposta correta. Se você já chegou numa resposta, ótimo! Marque e seja feliz. As outras raízes devem ser ou negativas ou complexas.

No caso dessa equação, as outras raízes são complexas e, portanto, não são aplicáveis aqui.

Caso você **queira achar** as outras, basta dividir o polinômio original por (x-7), já que 7 é raiz, ou usar o dispositivo de **Briot-Ruffini**, que, em suma, são a mesma coisa, e, depois, você terá uma equação do segundo grau normal. Mas, convenhamos que, numa prova com pouco tempo, não vale ficar calculando coisas desnecessárias, não é?

Outro ponto interessante é que, sempre que estivermos com uma equação de terceiro grau, deve-se ter uma solução fácil em vista (um número inteiro, por exemplo). Basta testar alguns valores rápidos.

37) Em estudo divulgado recentemente na *The Optical Society of America*, pesquisadores da Tong University revelaram uma forma de transmitir dados de comunicação de forma segura utilizando as águas dos mares como meio de transporte das informações. No artigo, os cientistas apresentam o seguinte gráfico como parte dos resultados.



(www.osapublishing.org. Adaptado)

Uma função trigonométrica que modela razoavelmente bem a curva indicada por A no gráfico do artigo, com x em graus e y em "coincidências em 1 s", é

a) y = 22 000 + cos (x).
b) y = 22 000 + 10 000 cos (2x).
c) y = 22 000 + sen (4x).
d) y = 11 000 + sen (2x).
e) y = 11 000 + 10 000 sen (4x).

Resolução

Nosso objetivo é achar uma função y = f(x), tal que tenhamos uma função trigonométrica.

Vamos atentar aos seguintes fatos:

Quando x = 0, f(0) é um valor entre 10000 e 12500. Olhando para as alternativas,

$$f(0) = 11.000$$

Além disso, quando x começa a crescer, f também cresce. Isso sugere que nossa função trigonométrica deve ser crescente saindo de x = 0.

Lembrete:

A função seno é crescente no primeiro quadrante (0 a $\frac{\pi}{2}$) (começa em 0 e termina em 1)

A função cosseno é decrescente no primeiro quadrante (0 a $\frac{\pi}{2}$) (começa de 1 e termina em 0)

Assim, nossa função trigonométrica é a seno.

Para determinarmos o argumento, (x, 2x, 4x...), temos que olhar o pico (ponto de máximo).

Note que a função atinge seu máximo quando f(x) é um valor entre 20000 e 22500 e quando x é um ângulo entre 20° e 30°.

Então, concluímos 2 coisas:

- A função seno deve ser multiplicada por uma constante que, no caso, seria 10000. Caso contrário,

Máx $(f(x) = 11000 + sen(x))$ = 11001, pois $-1 \leq senx \leq 1$.

- O máximo da função sen(x) ocorre quando x = 90°. Mas no caso da função, esse máximo ocorre em um ângulo entre 20° e 30°. Logo, o argumento deve ser multiplicado por um número entre 3 e 4,5, pois $90 = 3.30 = 4{,}5.20$

Logo, das opções plausíveis, devemos ter que o argumento é 4x.

Assim,

$$f(x) = 11000 + 10000.sen(4x)$$

Resposta: E

OBS: Numa situação de prova, você não precisa fazer toda essa análise detalhada. Basta ir eliminando as alternativas!

Por exemplo, sabendo que f(0) = 11.000, você já elimina as 3 primeiras alternativas. Atenção com isso. Você pode salvar preciosos minutos.

38) Mateus aplicou o capital C_0 à taxa de juros compostos de 1% em regime de capitalização mensal. Ao final do 12º mês, o montante total de capital na aplicação era igual a C_{12}. Se Mateus pretende resgatar seu dinheiro apenas ao final do 18º mês da aplicação, nessa ocasião ele resgatará um valor, descrito em função de C_0 e C_{12}, igual a

a) $C_0 \cdot \sqrt[3]{C_0} \cdot C_{12}$
b) $\sqrt{C_0} \cdot C_{12}$
c) $\frac{C_{12}}{C_0} \cdot \sqrt{C_0 \, . \, C_{12}}$
d $C_0 \cdot \sqrt{C_0 \, . \, C_{12}}$
e) $\frac{C_{12}}{C_0} \cdot \sqrt{\frac{C_{12}}{C_0}}$

Resolução:

Quando nos referimos a juros compostos, o montante M que teremos em um período de t meses, sob uma taxa de juros mensais i e com o investimento inicial C0, é dado pela fórmula:

$$M = C_0(1+i)^t$$

Quanto t = 18 e i = 0,01 (1%), M = C_{18}.

Veja:

$$C_{18} = C_0(1+0{,}01)^{18} \qquad \textit{(1)}$$

$$C_{12} = C_0(1+0{,}01)^{12} \qquad \textit{(2)}$$

Elevando a primeira ao quadrado e a segunda ao cubo, igualamos o termo dos juros, pois 3.12 = 2.18 = 36. Veja que isso é o que queremos, pois queremos C_{18} em função somente de C_0 e C_{12}.

$$\rightarrow C_{18}{}^2 = C_0{}^2(1+0{,}01)^{36}$$

$$\rightarrow C_{12}{}^3 = C_0{}^3(1+0{,}01)^{36}$$

Dividindo a primeira pela segunda, temos

$$\frac{C_{18}{}^2}{C_{12}{}^3} = \frac{C_0{}^2(1+0{,}01)^{36}}{C_0{}^3(1+0{,}01)^{36}}$$

$$\rightarrow \frac{C_{18}{}^2}{C_{12}{}^3} = \frac{1}{C_0{}^1}$$

$$\rightarrow C_{18}{}^{2} = \frac{C_{12}{}^{3}}{C_{0}{}^{1}} = \frac{C_{12}{}^{2}.C_{12}{}^{1}.C_{0}{}^{1}}{C_{0}{}^{2}}$$

Tirando a raiz dos dois lados, chegamos à resposta final:

$$C_{18} = \frac{C_{12}}{C_{0}}.\sqrt{C_{12}.C_{0}}$$

Resposta: C.

39) Alice, Bia, Cris, Dedé e Elis realizam tarefas diferentes na sequência de fabricação de um produto. Sabe-se que

• a tarefa realizada por Cris deve ser feita depois que já tenha sido concluída a tarefa realizada por Bia;
• a tarefa realizada por Elis deve ser feita antes que já tenha sido concluída a tarefa realizada por Bia;
• a tarefa realizada por Dedé deve ser feita depois que já tenha sido concluída a tarefa realizada por Alice;
• a tarefa realizada por Bia deve ser feita antes que já tenha sido concluída a tarefa realizada por Dedé.

Considerando-se apenas essas pessoas, tarefas e condições, o total de ordenações possíveis das cinco tarefas é igual a

a) 4.
b) 8.
c) 7.
d) 5.
e) 6.

Resolução:

Tome A, B,C,D e E como as tarefas realizadas por Alice, Bia, Cris, Dedé e Elis, respectivamente. Além disso, considere que a ordem das tarefas se orientam da esquerda para a direita (na ordem AB, a tarefa A foi feita antes da B, por exemplo).

Vamos seguindo as dicas:

1- C deve vir depois de B em alguma ordem.

B C;

2- E vem antes de B, em alguma ordem.
E B C;

3- D deve vir depois de A e D vem depois de B:

E A B C D (exemplo de uma ordenação possível).

Vamos partir dessa ordenação para saber onde nós poderíamos trocar.

- B deve vir antes de C e D, mas deve vir depois de E. Logo, ela pode ser feita, somente, em 2° ou 3° lugar.

- Como E deve vir antes de B, logo, deve vir ou em 1º ou em 2º

- D deve estar depois de A, B e, portanto, E. Logo, deve sempre vir em 4º ou 5º.

- Caso B fique na 3ª posição, E pode vir em 1º ou em 2º (e, então, A estaria determinado):

E A B C D;
A E B C D;

Mas nada foi dito em relação a C e D, logo, podemos ter, também:

E A B D C;
A E B D C;

- Caso B fique na segunda posição:

E deve ficar na primeira, invariavelmente;

A e C podem trocar de lugar, sempre respeitando que D venha depois de A:

E B A C D
E B A D C
E B C A D

Com isso, acabamos com as ordenações possíveis.

Portanto, temos 2+2+3 = **7 ordenações.**

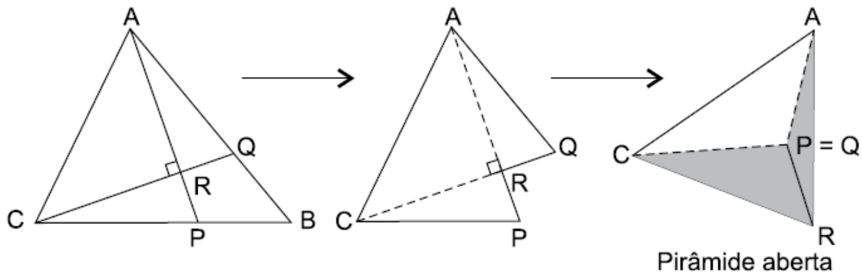
Resposta: C.

Considere o texto e a ilustração a seguir para responder às questões de números **40** e **41**.

A fabricação de uma peça triangular de vértices A, B e C, a partir da qual será construída uma pirâmide aberta (sem a face APC), exige as seguintes especificações:

I - $\overline{AP}$ e $\overline{CQ}$ são cevianas, perpendiculares em R, do triângulo ABC, com AP = CQ = 4 cm;

II – AQ = CP.



40) Se AQ = $\sqrt{10}$ cm e AC > 2, entao AC, em centímetros, é igual a

a) $5\sqrt{2}$
b) $3\sqrt{2}$
c) $4\sqrt{2}$
d) $3\sqrt{3}$
e) $2\sqrt{3}$

Resolução

Vamos resumir as informações que nós temos:

AQ = CP = $\sqrt{10}$;

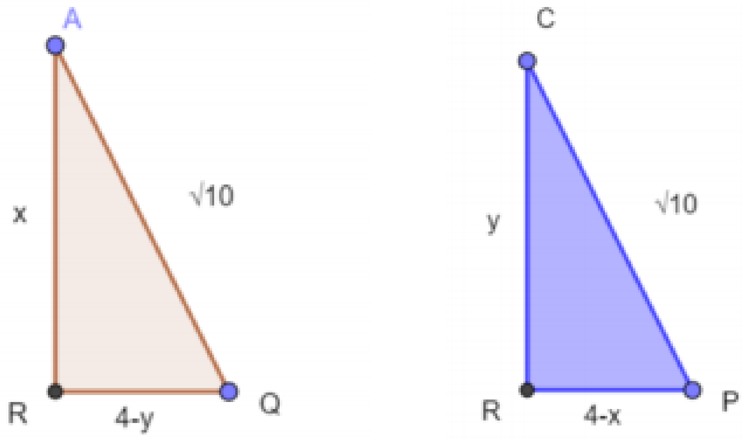
AP = CQ = 4

Se AR = x, RP = 4 – x, pois AP = AR + RP;

Analogamente,

Se CR = y, RQ = 4-y, pois CQ = CR + RQ.

Temos 2 figuras para analisar



Usando Pitágoras, podemos obter:

$$(\sqrt{10})^2 = x^2 + (4-y)^2$$

$$(\sqrt{10})^2 = y^2 + (4-x)^2$$

Subtraindo as 2 equações,

$$0 = x^2 - y^2 + (4-y)^2 - (4-x)^2$$

Lembrando...

$$x^2 - y^2 = (x+y).(x-y)$$

Logo,

$$-(4-y)^2 + (4-x)^2 = x^2 - y^2$$

$$(4-y+4-x)(-4+y+4-x) = (x+y)(x-y)$$

$$(8-(y+x))(y-x) = (x+y)(x-y)$$

$$(-8+(y+x))(x-y) = (x+y)(x-y)$$

Cuidado! Só podemos cortar o termo (x-y) se x – y ≠0, ou seja, x ≠ y.

Assim, temos 2 casos:

1) Se x ≠ y:

$$-8 + (y+x) = x + y$$

$$\rightarrow -8 = 0$$

(Impossível!)

Logo, só resta o caso 2:

2) x = y:

Nesse caso, substituindo y por x na equação:

$(\sqrt{10})^2 = x^2 + (4-y)^2$,

Temos:

$$(\sqrt{10})^2 = x^2 + (4-x)^2$$

$$10 = x^2 + x^2 - 8x + 16$$

$$0 = 2x^2 - 8x + 6$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

Lembre-se:

Sejam x_1 e x_2 as raízes da equação do segundo grau:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Assim, as **Relações de Girard** dizem que

$\frac{-b}{a} = x_1 + x_2$; $\frac{c}{a} = x_1 x_2$

Logo, as raízes a,b da equação:

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

São tais que:

$a + b = \frac{-(-4)}{1} = 4$

$a.b = \frac{3}{1} = 3$

Logo, 2 números que a soma dá 4 e o produto dá 3...

3 e 1.

Logo, x = 3 ou x = 1;

Mas, veja que, no triângulo ARC,

$$(AC)^2 = AR^2 + RC^2$$

$$\rightarrow (AC)^2 = x^2 + y^2 = 2x^2$$

$$\rightarrow AC = x\sqrt{2}$$

Como AC > 2 (dito na questão), se x = 1, AC = √2 (não convém).

Logo, x = 3 e:

$$\boldsymbol{AC = 3\sqrt{2}}$$

Resposta: B

41) Se AC = $\sqrt{2}$ cm, então a pirâmide que será construída terá volume, em cm³, igual a

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{4}$

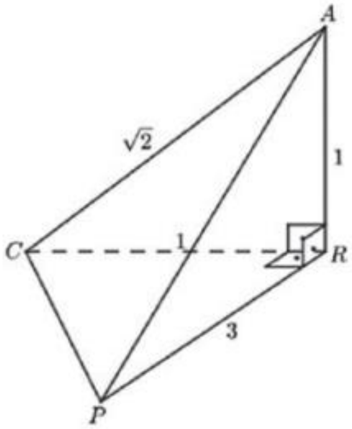
e) $\frac{1}{3}$

Resolução:

Temos que olhar para os resultados da questão passada.

Como ele diz que AC = $\sqrt{2}$, então x = y = 1 (mais uma vez, olhar a questão anterior!)

A pirâmide formada no processo é a da figura a seguir:



Lembrete:

A área de uma pirâmide é dada por:

$$S = \frac{1}{3} A_{base}.h$$

Em que:

- A_{base} é a área da base da pirâmide;

- h é a altura da pirâmide.

Logo, podemos escolher a base como sendo o triângulo ARC. Consequentemente, a altura – que é a distância entre o vértice da pirâmide e a base- seria a aresta PR.

Assim,

$$\frac{1.1}{2} = A_{base} \text{ (área do triângulo ARC);}$$

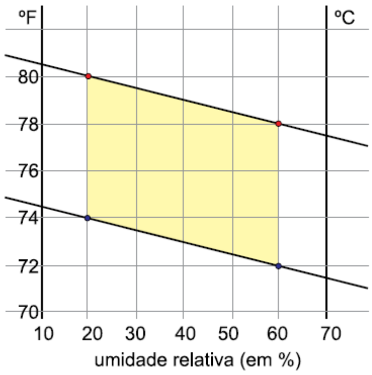
E

$$S = \frac{1}{3}\,\frac{1}{2}.3 = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

Resposta: B

Leia o texto e o gráfico para responder às questões de números **42** e **43**.

A região colorida do gráfico representa a zona térmica de conforto, levando-se em consideração a temperatura (em ºC e ºF) e a umidade relativa do ar. Sabe-se que 0 ºC corresponde a 32 ºF e que 100 ºC correspondem a 212 ºF.



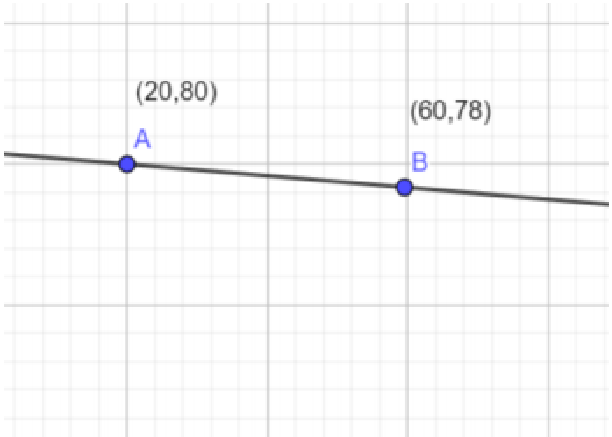
42) De acordo com os dados apresentados, a temperatura máxima de conforto quando a umidade relativa do ar for de 32% será, aproximadamente, igual a

a) 24,2 ºC.
b) 25,7 ºC.
c) 23,6 ºC.
d) 26,3 ºC.
e) 20,6 ºC.

Resolução:

A temperatura máxima é determinada pela reta de cima, já que é o limite superior da região colorida.

Essa reta é representada pela figura:



Note que essa reta representa a dependência da temperatura (y) com a umidade do ar (x).

Assim, temos uma reta genérica do tipo: $y = a.\, x + b$

Em que a e b são constantes.

Como podemos determinar essas constantes?

Simples, nós temos 2 pontos que pertencem a essa reta, ou seja, eles satisfazem essa equação de reta. Basta substituir esses pontos na equação:

Ponto A (equação 1):

$$80 = a.20 + b$$

Ponto B (equação 2):

$$78 = a.60 + b$$

Subtraindo 1 de 2,

$$80 - 78 = 20.a - 60.a + b - b$$

$$2 = -40.a$$

$$\frac{-2}{40} = a$$

$$\frac{-1}{20} = a$$

Substituindo o valor de a na equação 1,

$$80 = \frac{-1}{20}.20 + b$$

$$b = 80 + 1 = 81$$

Agora, queremos descobrir o valor da temperatura °F para a umidade de 32%.

Assim,

$$y = \frac{-1}{20}.32 + 81 = 81 - 1{,}6$$

$$y = 79{,}4°F$$

Por fim, temos que transformar essa temperatura em °C.

Lembrete:

Caso você não se lembre, vamos chegar à fórmula para transformar °C em °F, ou vice-versa:

- A escala Farenheit possui 212 – 32 = 180 graduações no termômetro em comparação a 100 – 0 = 100 graduações da escala Celsius. Assim, qualquer variação das escalas em relação ao ponto inicial (0° para Celsius e 32° para a Farenheit), segue a relação:

$$\frac{T(°C) - 0}{100} = \frac{T(°F) - 32}{180}$$

Ou seja,

$$\frac{T(°C) - 0}{5} = \frac{T(°F) - 32}{9}$$

Assim, substituindo T(°F) = 79,4,

$$\frac{T(°C) - 0}{5} = \frac{79{,}4 - 32}{9}$$

$$\frac{T(°C)}{5} = \frac{47{,}4}{9}$$

$$\frac{T(°C)}{5} = 5{,}27$$

$$\boldsymbol{T(°C) = 26{,}35°C}$$

Resposta: D

43) Sendo x a umidade relativa do ar em porcentagem e y a temperatura em °F, a representação gráfica da zona de conforto pode ser expressa por todos os pares ordenados (x, y) tais que 20 ≤ x ≤ 60 e

a) 75 ≤ y + 0,05x ≤ 81.
b) 74,4 ≤ y – 0,05x ≤ 81,5.
c) 75 ≤ y – 0,02x ≤ 81.
d) 74,5 ≤ y + 0,02x ≤ 81,5.
e) 75 ≤ y – 0,05x ≤ 81.

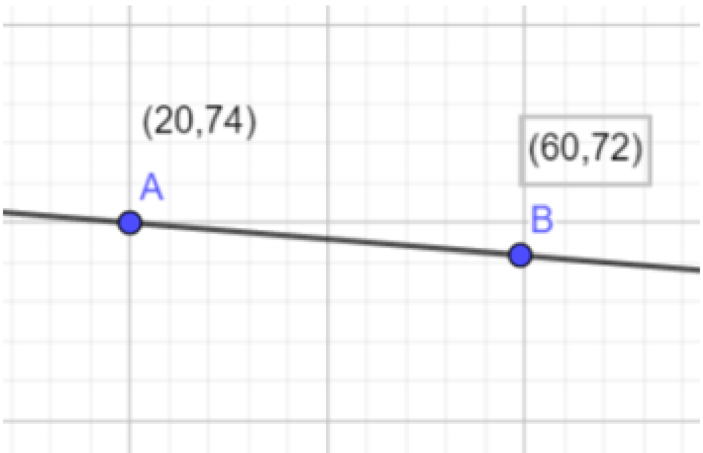
Resolução

A zona de conforto é a zona delimitada pelas duas retas, a de temperatura máxima e a de mínima.

Na questão anterior, vimos que a reta de temperatura máxima é dada por:

$$y + \frac{1}{20}.x = 81$$

Vamos usar o mesmo processo para descobrir a reta mínima:



Ponto A (equação 1):

$$74 = a.20 + b$$

Ponto B (equação 2):

$$72 = a.60 + b$$

Subtraindo 1 de 2,

$$74 - 72 = 20.a - 60.a + b - b$$

$$2 = -40.a$$

$$\frac{-2}{40} = a$$

$$\frac{-1}{20} = a$$

Substituindo o valor de a na equação 1,

$$74 = \frac{-1}{20}.20 + b$$

$$b = 74 + 1 = 75$$

Assim,

$$y + \frac{1}{20}.x = 75$$

Logo, a faixa de conforto é o conjunto de retas paralelas as de temperatura máxima/mínima e que estão contidas entre elas, ou seja,

$$75 \leq y + \frac{1}{20}.x \leq 81$$

$$\mathbf{75 \leq y + 0,05.x \leq 81}$$

Resposta: A

Leia o texto para responder às questões de números **44** e **45**.

A tabela a seguir será usada para a transmissão de mensagens criptografadas em matrizes. A criptografia é feita ao se multiplicar a matriz C pela matriz-mensagem M, gerando a matriz criptografada $M_C = C.M$.

0		7	G	14	N	21	U
1	A	8	H	15	0	22	V
2	B	9	I	16	P	23	W
3	C	10	J	17	Q	24	X
4	D	11	K	18	R	25	Y
5	E	12	L	19	S	26	Z
6	F	13	M	20	T	27	?

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Por exemplo, a matriz-mensagem $M = \begin{bmatrix} 5 & 19 & 20 & 15 & 21 & 0 \\ 14 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 14 & 19 & 16 & 5 & 18 \end{bmatrix}$, que significa ESTOU NO INSPER, depois de criptografada

por C vira a matriz $M_C = \begin{bmatrix} 33 & 67 & 59 & 46 & 5 & 18 \\ 28 & 48 & 39 & 31 & 5 & 18 \\ 70 & 111 & 78 & 62 & 10 & 36 \end{bmatrix}$.

Ao receber M_C, o destinatário deve multiplicá-la pela matriz decodificadora D, da mesma ordem da matriz C, para recuperar a mensagem original.

44) A matriz decodificadora D será

a)
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

b)
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

c)
$$\begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ 5 & 5 & 4 \\ 11 & 11 & 9 \end{bmatrix}$$

d)
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

e)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Resolução:

A equação matricial de codificação é:

$$M_C = C.M$$

Devemos multiplicar M_C por D, tal que obtenhamos M.

Veja que, multiplicando ambos os lados da equação pela esquerda (a ordem importa ao multiplicar matrizes), pela inversa de C (C^{-1}) temos:

$$C^{-1}M_C = C^{-1}.C.M$$

Mas,

$$C^{-1}.C = I$$

Em que I é a matriz identidade.

Nota: Só podemos fazer isso pois C é uma matriz quadrada e que possui inversa (Det(C)≠0).

Logo,

$$C^{-1}M_C = I.M = M$$

E veja que a questão pede D tal que:

$$D.M_C = M$$

Portanto:

$$C^{-1} = D$$

Para calcular D, temos que calcular C^{-1}, o que é feito por:

$$C.C^{-1} = I$$

Se D for $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ temos:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Isso dará 3 sistemas de 3 equações cada, a saber:

Sistema 1:

- $2a + b + 2c = 1$
- $a + b + 3c = 0$
- $a + b + 2c = 0$

Dica: Diminua a 2ª equação da terceira. Após isso, substitua o valor de c encontrado nas 2 primeiras.

Isso nos dá: a = 1; b = -1; c = 0.

Sistema 2:

- $2d + e + 2f = 0$
- $d + e + 3f = 1$
- $d + e + 2f = 0$

Dica: Diminua a 2ª equação da terceira. Após isso, substitua o valor de f encontrado nas 2 primeiras.

Isso nos dá: d = 0; e = -2; f = 1.

Sistema 3:

- $2g + h + 2i = 0$
- $g + h + 3i = 0$
- $g + h + 2i = 1$

Dica: Diminua a 2ª equação da terceira. Após isso, substitua o valor de i encontrado nas 2 primeiras.

Isso nos dá: g = -1; h = 4; i = -1.

Portanto,

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

Resposta: A

45) Modificando-se ligeiramente a matriz C, o envio da mensagem EU ESTUDEI NO INSPER torna-se possível no sistema descrito. Uma matriz C que funcione para a transmissão dessa mensagem tem que ser, necessariamente,

a) quadrada e igual à sua transposta.
b) de ordem 4x7 e inversível.
c) de ordem 4x4 e inversível.
d) de ordem 7x7 e inversível.
e) quadrada com determinante negativo.

Resolução:

A frase “ EU ESTUDEI NO INSPER” possui 4 palavras, ou seja, a matriz M deve ter 4 linhas (1 linha para cada palavra). A quantidade de colunas é dada pela quantidade de letras da maior palavra da frase, ou seja, “ESTUDEI”, que tem 7 letras.

Assim, M é uma matriz 4x7.

Lembrete:

Para conseguirmos multiplicar 2 matrizes A (MxN) e B (OxP), em que M, N, O, P são números naturais, é necessário que N=O (o número de colunas da matriz da esquerda é igual ao número de linhas da matriz da direita).

Assim, se $M_N = C.M$,

O número de colunas de C é o número de linhas da matriz M, ou seja, 4.

Além disso, C deve ser quadrada para existir a matriz decodificadora (caso contrário, C não é inversível). Veja a seção em vermelho da questão anterior!

Logo, C é uma matriz 4x4 e inversível!

Resposta: C

Leia o texto para responder às questões de números **46** e **47**.

Psicólogos educacionais podem utilizar modelos matemáticos para investigar questões relacionadas à memória e retenção da informação. Suponha que um indivíduo tenha feito um teste e que, depois de t meses e sem rever o assunto do teste, ele tenha feito um novo teste, equivalente ao que havia feito anteriormente. O modelo matemático que descreve situação de normalidade na memória do indivíduo é dado por $y = 82 – 12 \log(t + 1)$, sendo y a quantidade de pontos feitos por ele no instante t.

46) Após t meses da aplicação do teste inicial, a pontuação de um indivíduo no novo teste caiu para 70 pontos. Assim, é correto concluir que esse novo texto ocorreu t meses após o primeiro teste, com t igual a

a) 11.
b) 8.
c) 15.
d) 12.
e) 9.

Resolução:

Basta substituir y por 70 na fórmula dada no texto para descobrirmos t:

$$70 = 82 - 12\log(t+1)$$

$$\rightarrow -12 = -12\log(t+1)$$

$$\rightarrow 1 = \log(t+1)$$

$$\rightarrow 10^1 = t+1$$

$$\rightarrow \mathbf{9} = \boldsymbol{t}$$

Resposta: E

47) Considere agora que, após t meses da aplicação do teste inicial, a pontuação do indivíduo tenha caído 18 pontos na nova aplicação do teste. Adotando $\sqrt{10} = 3{,}16$ t é igual a

a) 25,1.
b) 30,6.
c) 32,3.
d) 32,4.
e) 28,8.

Resolução:

Cuidado com a pegadinha! A questão diz que ele caiu 18 pontos, e não que a quantidade de pontos era 18. Logo, a variação dos pontos é dada, justamente, pelo termo com o logaritmo, pois a diminuição de pontos é devido a esse termo. Assim,

$$18 = 12\log(t+1)$$

$$\rightarrow \frac{18}{12} = \log(t+1)$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} = \log(t+1)$$

$$\rightarrow 10^{\frac{3}{2}} = t+1$$

$$\rightarrow 10^{\frac{1}{2}}.10 = t + 1$$

$$\rightarrow \sqrt{10}\,.\,10 = t + 1$$

$$\rightarrow 3{,}16.10 = t + 1$$

$$\rightarrow \mathbf{30,6 = t}$$

Resposta: B

48) Um cilindro circular reto, branco, possui 20 cm de diâmetro da base e 80 cm de altura. Sobre a lateral desse cilindro, foi pintada uma faixa marrom de largura uniforme igual a 3,14 cm. A faixa completou duas revoluções ao redor do cilindro, como mostra a figura.

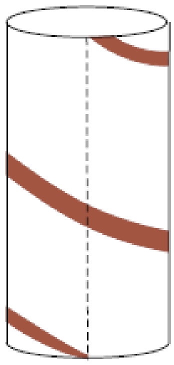


figura fora de escala

Nas condições descritas, a faixa marrom ocupou, da área lateral do cilindro, aproximadamente,

a) 5%.
b) 25%.
c) 0,5%.
d) 2,5%.
e) 10%.

Resolução:

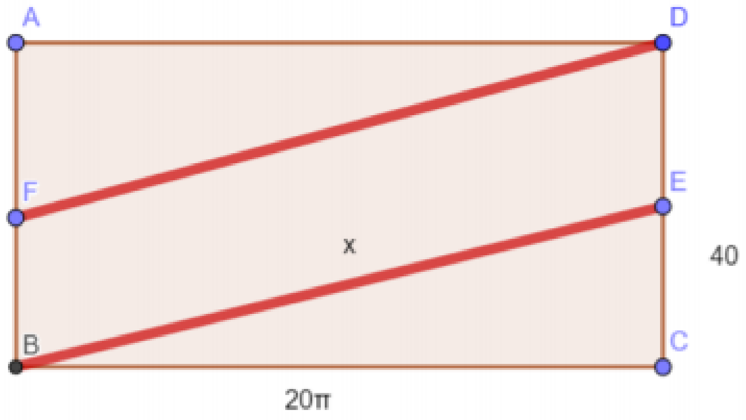
Quando você “abre” o cilindro e o “desenrola”, obtém, exatamente, um retângulo.

Os lados desse retângulo são a altura do cilindro e a medida da circunferência da base do cilindro (caso tenha dificuldade de ver isso, pegue uma folha de papel e enrole-a em 1 volta. Funciona, né?).

Além disso, a faixa dá 2 voltas no cilindro, começando em um vértice e chegando no vértice oposto. Portanto, ela gerará dos segmentos paralelos, gerando triângulos com altura de 40 cm, metade da altura do cilindro (ver figura).

Por último, não esqueça que a altura é 80cm e que **o diâmetro** é 20cm, **o raio é 10cm**.

Logo, temos a seguinte figura:



Por Pitágoras no triângulo BDC:

$$x^2 = 40^2 + (20\pi)^2$$

$$x^2 = 1600 + 400\pi^2$$

$$\rightarrow x^2 = 400(4 + \pi^2)$$

$$\rightarrow x = \sqrt{400(4 + \pi^2)}$$

$$\rightarrow x = 20\sqrt{(4 + \pi^2)}$$

O comprimento total da faixa é 2x.

A faixa, por sua vez, possui largura de 3,14cm. Logo, sua área é:

$$S = 3{,}14.2.x = 2.3{,}14.20\sqrt{(4 + \pi^2)}$$

$$S = 125{,}6\sqrt{(4 + \pi^2)}$$

A área do retângulo maior é base x altura, ou seja:

$$S' = 20\pi.80 = 1600\pi$$

A porção de área ocupada pela faixa é:

$$\frac{125{,}6\sqrt{(4+\pi^2)}}{1600\pi} = \frac{125{,}6\sqrt{(4+3{,}14^2)}}{1600\pi}$$

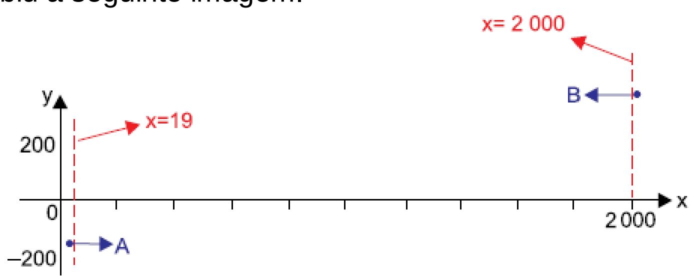
$$= \frac{125{,}6\sqrt{13{,}86}}{1600\pi} = \frac{125{,}6\,.3{,}72}{1600.3{,}14}$$

$$= \frac{467{,}6}{5024} = 0{,}093 = 9{,}3\%$$

O valor que mais se aproxima é **10%**.

Resposta: E

49) Um retângulo ABCD possui vértices A(17, –158), B(2017, 242) e D(19, y). Na impossibilidade de esboçar os vértices desse retângulo por meio de um desenho em escala, Joana resolveu colocar os dados disponíveis em um programa de computador, que exibiu a seguinte imagem.



Como a imagem não permitiu a visualização do ponto D, Joana usou seus conhecimentos de geometria analítica e calculou, corretamente, a ordenada de D, igual a

a) –172.
b) –168.
c) –326.
d) –196.
e) –224.

Resolução:

Vamos usar vetores para resolver a questão.

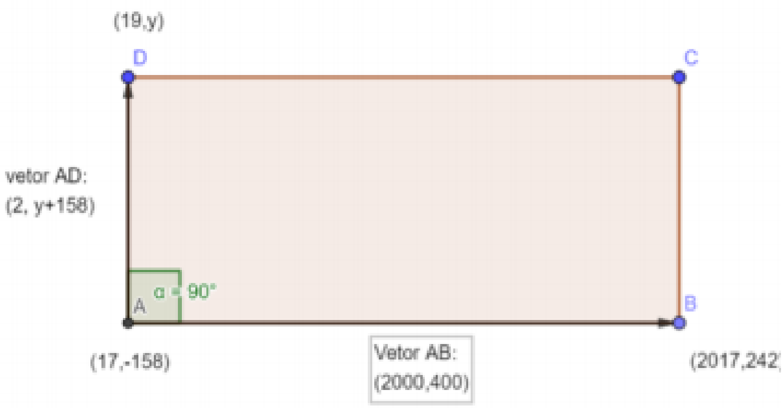
Lembretes:

- Um vetor AB é dado pela diferença das coordenadas de B e de A (B – A);

- Dois vetores perpendiculares implicam que o produto escalar entre eles é **nulo.**

- O produto escalar entre dois vetores (a,b) e (c,d) é dado por: ac + bd.

Assim, veja a imagem:



Os vetores AD e AB são perpendiculares (os ângulos de um retângulo entre dois lados consecutivos são retos).

Logo, usando que o produto escalar

$$AD.\,AB = 0$$

Temos:

$$2.2000 + (y + 158).\,400 = 0$$

Dividindo tudo por 400,

$$2.5 + (y + 158) = 0$$

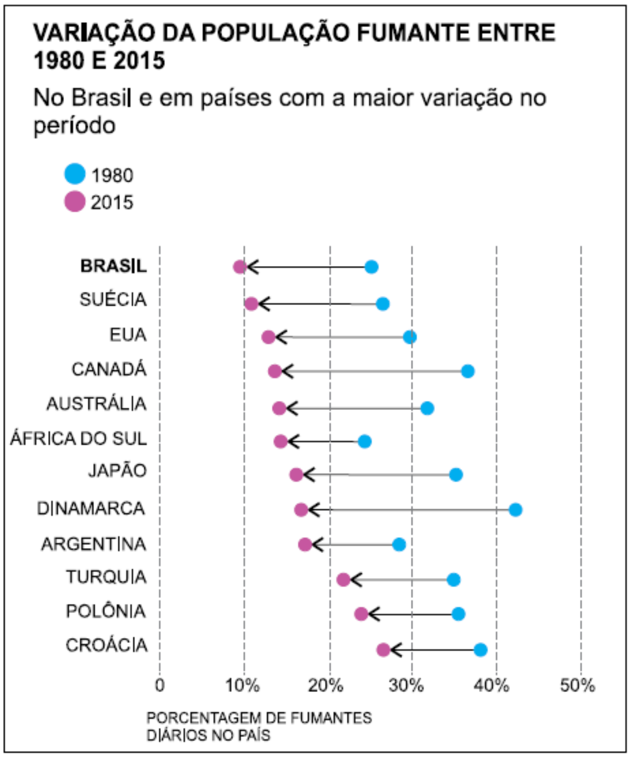
$$y + 168 = 0$$

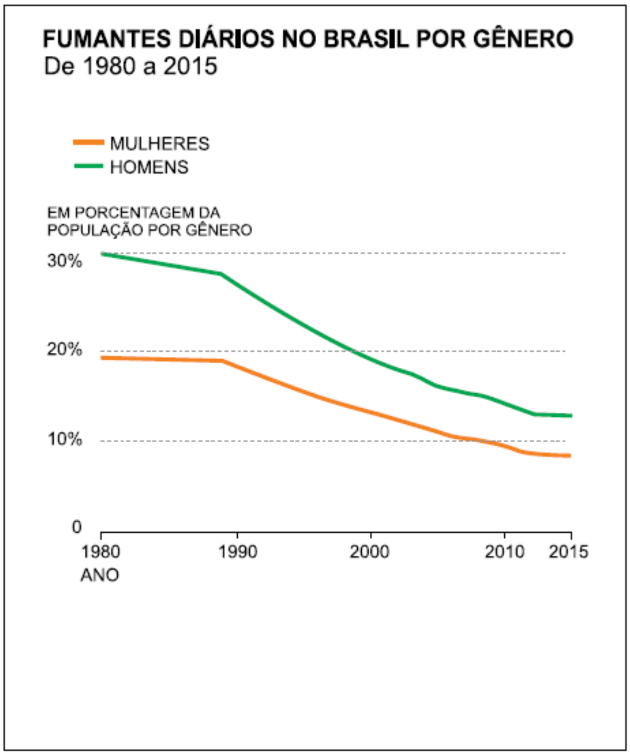
$$\boldsymbol{y = -168}$$

Resposta: B

OBS: Essa ferramenta de vetores é poderosíssima. Pode simplificar questões de geometria analítica ou plana. Utilize sempre que puder.

50) Observe os gráficos.





(https://www.nexojornal.com.br)

Utilizando apenas a análise dos dados expressos nos gráficos, é possível concluir corretamente que

a) a África do Sul foi o país que teve a maior redução na porcentagem de fumantes diários de 1980 para 2015.
b) em 2015 o Brasil tinha mais fumantes diários do que os EUA.
c) no Brasil houve uma redução maior no percentual de homens fumantes do que no de mulheres fumantes de 1980 para 2015.
d) o país com maior número de fumantes em 1980 era a Dinamarca e, em 2015, passou a ser a Croácia.
e) o Japão sempre teve mais fumantes do que o Brasil no período de 1980 a 2015.

Resolução:

Não há nada de especial nem truques nessa questão. Vamos analisar alternativa por alternativa

A) Falso. Quanto maior a seta do primeiro gráfico, maior a redução dos fumantes. A Dinamarca, por exemplo, teve uma diminuição maior que a da África do Sul.
B) Falso. CUIDADO COM A PEGADINHA. A questão diz para fazer a análise somente com os dados do gráfico. A quantidade de fumantes diários depende da população de cada país, o gráfico só traz o percentual da população. Por mais que saibamos que a população americana é maior que a brasileira, atentemos ao gráfico, somente.

C) Verdadeiro. Basta perceber que a curva masculina se aproxima da curva feminina, significando que a curva dos homens teve redução maior que a das mulheres (caso contrário, elas se afastariam).
D) Mais uma vez, a quantidade de fumantes depende da população de cada país. Não podemos afirmar nada.
E) Idem aos itens B e D. Não podemos afirmar nada.

Resposta: C.