ADM EMPR.

RESOLUÇÃO DO VESTIBULAR
2022.1 DA FGV

bne_edu

VESTIBULAR FGV 2022.1 – ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS

Bloco 3 – Matemática Aplicada

1. Determine o número racional N tal que $1-\frac{1}{3+\frac{1}{2-N}}=\frac{75}{103}$.

Resolução:

$$1-\frac{1}{3+\frac{1}{2-N}}=\frac{75}{103}$$

$$\frac{1}{3+\frac{1}{2-N}}=\frac{103-75}{103}$$

$$103=28\left(3+\frac{1}{2-N}\right)$$

$$19=\frac{28}{2-N}$$

$$2-N=\frac{28}{19}$$

$$N=2-\frac{28}{19}$$

$$N=\frac{10}{19}$$

2. No mercado do produto A, o preço é estabelecido por um agente regulador.
A demanda por este produto, que é a quantidade que os consumidores desejam adquirir, depende do preço estabelecido. Quanto maior o preço, menor a demanda.
A oferta deste produto, que é a quantidade que os produtores vão oferecer no mercado, também é uma função do preço. Quanto maior o preço, maior a quantidade ofertada desse produto. Se houver mais produtos ofertados do que a demanda, o agente regulador compra o excesso. Suponha que as funções de demanda d e a oferta o com relação ao preço p sejam

Suponha que as funções de demanda *d* e a oferta *o* com relação ao preço *p* sejam

- $d(p) = 100 - 2p$
- $o(p) = p - 11$

onde d e o estão em unidades do produto A, p está em unidades monetárias, $d \geq 0$ e $o \geq 0$.

Responda:

a) Se o agente regulador estabelecer o preço em p = 40 unidades monetárias, qual será a quantidade ofertada que não será adquirida pelos consumidores e que, portanto, deverá ser comprada pelo agente regulador?

Resolução:

A partir das funções dadas e com $p = 40\,u.m.$, temos:

$$d(40) = 100 - 2 \cdot 40 = 20$$
$$\theta(40) = 40 - 11 = 29$$

A oferta é $9\,u.m.$ maior que a demanda e este é o valor comprado pelo agente regulador.

b) Qual é o maior preço que o agente regulador deve estabelecer para que a quantidade ofertada seja totalmente adquirida pelos consumidores?

Resolução:

Para que a oferta seja adquirida pelos consumidores a demanda (dcp) será maior ou igual a oferta (ocp).

$$100 - 2p \geq p - 11 \Rightarrow 3p \leq 111 \Rightarrow p \leq 37$$

O maior preço deve ser $37\,u.m.$

3. Considere um conjunto finito de números inteiros positivos. Se retirarmos o menor elemento desse conjunto, a média aritmética dos números restantes é 22. Se também retirarmos o maior número desse conjunto, a média aritmética dos restantes passa a ser 21. Se agora recolocarmos o menor, que havia sido retirado, a média aritmética passa a ser 20.
Determine a média aritmética dos elementos do conjunto original.

Resolução:

Considere o seguinte conjunto:

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_N)$$

Onde $a_i \in \mathbb{Z}_+^*$

$$\frac{a_2 + a_3 + \cdots + a_N}{N - 1} = 22 \quad (I)$$

$$\frac{a_2 + a_3 + \cdots + a_{N-1}}{N - 2} = 21 \quad (II)$$

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{N-1}}{N - 1} = 20 \quad (III)$$

Seja $a_2 + a_3 + \cdots + a_{N-1} = S$, tem-se:

De II: $S = 21(N-2)$
De III: $a_1 + S = 20(N-1)$
De I: $S + a_N = 22(N-1)$

Realizando $III - II$:

$a_1 + S - S = 20(N-1) - [21(N-2)]$
$a_1 = 22 - N$

Realizando $I - II$:

$S + a_n - S = 22(N-1) - [21(N-2)]$
$a_N = N + 20$

A média aritmética é:

$$M = \frac{a_1 + S + a_N}{N} \Rightarrow M = \frac{22 - N + 21N - 42 + N + 20}{N}$$

$M = 21$

4. Armando, Bianca e Cristina investiram seu dinheiro nas criptomoedas X, Y e Z. O rendimento da criptomoeda Z tem sido constante nos últimos meses.
No mês 1, Armando investiu R$1000,00 em X. Na virada para o mês 2, ele transferiu todo o montante obtido para Y.
Bianca também investiu R$1000,00 em X no mês 1, mas quando o mês virou, transferiu o montante para Z.
Já Cristina começou colocando R$1000,00 em Z no mês 1. Na virada do mês transferiu o montante para Y.

Atenção: os itens abaixo são independentes.

a) Suponha que, com relação ao real, a criptomoeda X valorizou 10% no mês 1 e a Y valorizou -10% (valorização negativa) no mês 2. Qual é o saldo de Armando no final do mês 2, em reais?

Resolução:

Criptomoedo X:

$f_1 = 1 + i = 1 + 0{,}1 = 1{,}1$
$f_2 = 1 - i = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$

$M_A = C_{0,\mathrm{A}} \cdot f_1 \cdot f_2$
$M_A = 1000 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}9 = 990\,reais$

b) Suponha que, ao final do mês 2, Armando estava com R\$1080,00, Bianca estava com R\$1320,00 e Cristina estava com R\$990,00. Qual foi a valorização da criptomoeda X no mês 1 com relação ao real?

Resolução:

$$\boldsymbol{Armando}\ (\boldsymbol{I}): 1080 = 1000 \cdot f_{1,x} \cdot f_{2,y} \Rightarrow f_{1,x} \cdot f_{2,y} = 1{,}08 \Rightarrow f_{1,x} = \frac{1{,}08}{f_{2,y}}$$

$$\boldsymbol{Bianca}\ (\boldsymbol{II}): 1320 = 1000 \cdot f_{1,x} \cdot f_{2,z} \Rightarrow f_{1,x} \cdot f_{2,z} = 1{,}32 \Rightarrow f_{1,x} = \frac{1{,}32}{f_{2,z}}$$

$$\boldsymbol{Cristina}\ (\boldsymbol{III}): 990 = 1000 \cdot f_{1,z} \cdot f_{2,y} \Rightarrow f_{1,z} \cdot f_{2,y} = 0{,}99 \Rightarrow f_{1,z} = \frac{0{,}99}{f_{2,y}}$$

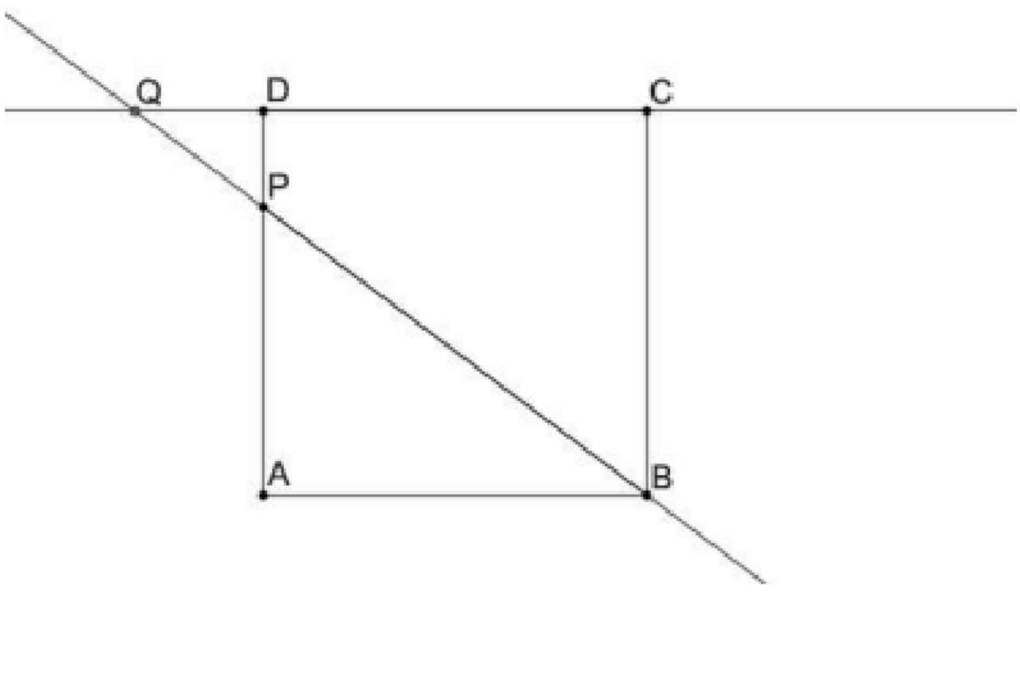
Como o rendimento da moeda z é constante, $f_{1,z} = f_{2,z}$. Logo:

$$f_{1,x} = \frac{1{,}32}{f_{2,z}} \Rightarrow f_{1,x} = \frac{1{,}32}{\frac{999}{f_{2,y}}} \Rightarrow f_{1,x} = \frac{1{,}32}{0{,}99} \cdot f_{2,y} \Rightarrow f_{2,y} = \frac{0{,}99}{1{,}32} \cdot f_{1,x}$$

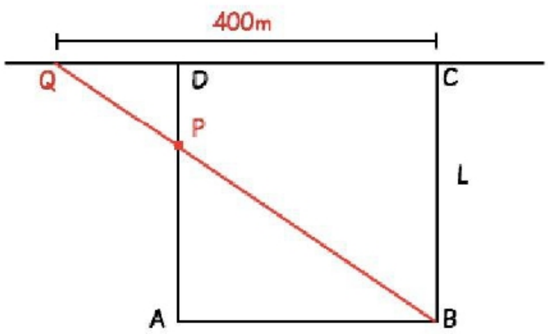
$$f_{1,x} = \frac{1{,}08}{f_{2,y}} \Rightarrow f_{1,x} = \frac{1{,}08}{\frac{0{,}99}{1{,}32} \cdot f_{1,x}} \Rightarrow \left(f_{1,x}\right)^2 = \frac{1{,}32 \cdot 1{,}08}{0{,}99} \Rightarrow f_{1,x} = 1{,}2$$

Portanto, a valorização da criptomoeda foi de 20%

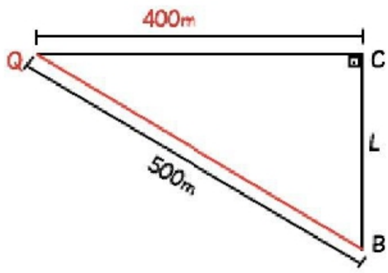
5. Considere o quadrado ABCD da figura abaixo. O ponto Q, sobre a reta DC, é tal que QC = 400 e QB = 500. Determine o comprimento do segmento AP.



Resolução:

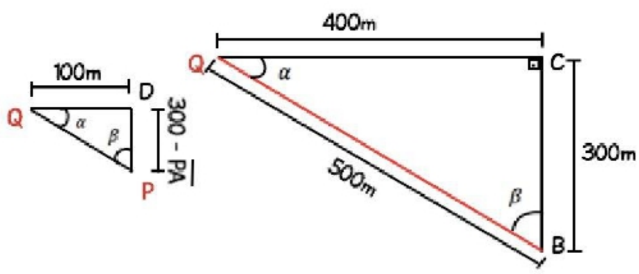


$I \rightarrow$ **Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo ΔQBC, é possível calcular o lado do quadrado.**



$500^2 = 400^2 + l^2$
$l^2 = 250000 - 160000$
$l^2 = 90000$
$l = 300\ cm$

$II \rightarrow$ **Da semelhança de triângulos; $\Delta PQD \sim \Delta QCB$**



$$\frac{\overline{DP}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{QD}}{\overline{QC}} \rightarrow \frac{300 - \overline{AP}}{300} = \frac{100}{400} \rightarrow\ 1200 - 4\overline{AP} = 300 \rightarrow\ 900 = 4\overline{AP}\ \rightarrow\ \overline{AP} = \frac{900}{4}$$

$$\overline{AP} = 225$$

6. Seja x um número real tal que a mediana dos números 4, 1, 13, 9 e x seja igual à média desses cinco números. Determine todos os valores possíveis para x.

Resolução:

1) Média = $\frac{4+1+13+9+x}{5} = \frac{x+27}{5}$

2) Como há um número ímpar de termos, a mediana é exatamente o termo do meio quando colocado em ordem crescente.
Assim, temos as seguintes possibilidades.

1) x 1 4 9 13

2) 1 x 4 9 13

3) 1 4 x 9 13

4) 1 4 9 x 13

5) 1 4 9 13 x

Portanto, a mediana só pode ser 4,9 ou x:

Mediana = 4 -> $\frac{x+27}{5} = 4$

X = - 7

Mediana = 9 -> $\frac{x+27}{5} = 9$

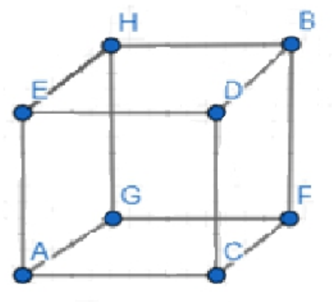
X = 18

Mediana = x -> $\frac{x+27}{5} = x$ -> X = $\frac{27}{4}$

7. Uma lesminha é colocada em um vértice A de um cubo e ela só pode se movimentar pelas arestas do cubo.
No primeiro movimento, ela escolhe aleatoriamente uma das 3 arestas que convergem em A e movimenta-se para o vértice oposto.
A partir do segundo movimento, ela escolhe aleatoriamente uma das duas arestas que não foram usadas no movimento anterior e movimenta-se para o vértice oposto.

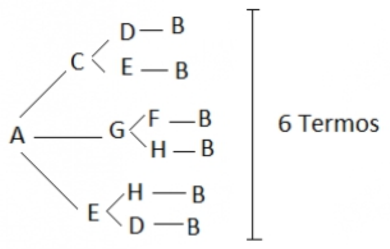
a) Sendo B o vértice do cubo que é diametralmente oposto ao vértice A, qual a probabilidade de a lesminha estar no vértice B após o terceiro movimento?

Resolução:



Com 3 movimentos, temos o seguinte espaço amostral n(s):
n(s) = $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

Para o evento (a) de ir de A até B, tem-se:

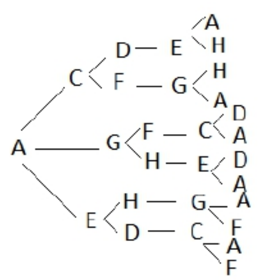


P(A) = $\frac{n(A)}{n(s)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

b) Explique por que a lesminha não pode estar no vértice B após o quarto movimento.

Resolução:

A probabilidade de não passar em B no 3º movimento é $\frac{1}{2}$. Realizando a árvore de possibilidade, temos:



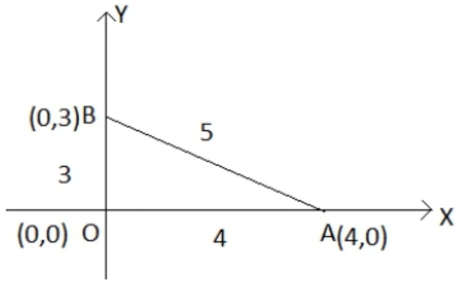
Se no 3º movimento a lesma passa por B, no 4º ela não passa. Se no 3º movimento não passamos por B, podemos perceber que em nenhum dos casos no 4º movimento a lesma está em B.

8. Considere o triângulo retângulo OAB cujos vértices no plano cartesiano tenham coordenadas O = (0,0), A = (4,0) e B = (0,3).
Descreva todos os pontos A' e B' do plano de modo que o triângulo OA'B' tenha, simultaneamente, as seguintes propriedades:

- O triângulo OA'B' é semelhante ao triângulo OAB.
- O cateto OA' é maior do que o cateto OB'.
- As coordenadas de A' e B' são números inteiros.

Resolução:

Percebe-se que o triângulo citado é o triângulo 3,4,5. Assim, para que o novo triângulo seja semelhante, os lados devem ser múltiplos de 3, 4 e 5:



O$B^{´}$ = 3k; O$A^{´} = 4k; k \in z$, pois as coordenadas devem ser inteiras.

Então:

$$\begin{cases} B^{´} = (0,3k) \\ A^{´} = (4k,0) \end{cases}$$

$k \in Z^{*}$, pois a origem não configura um triângulo.

9. Carlos montou uma planilha para enxergar o comportamento da sequência $a_{\mathrm{n}} = 0{,}9^{\mathrm{n}}$. O início da planilha é o seguinte

	A	B
1	n	a_n
2	1	0,90
3	2	0,81
4	3	0,72
5	4	0,65
6	5	0,59
7	6	0,53
8	7	0,47
9	8	0,43
10	9	0,38
11	10	0,34
12	11	0,31

Carlos optou por exibir as duas primeiras casas decimais dos termos a_n, sem arredondamento. Por exemplo, o número 123,456789 é exibido como 123,45. Apesar de a_n ser diferente de 0 para todo *n*, Carlos observou que a planilha com a precisão de duas casas decimais exibe, a partir do K-ésimo termo em diante, TODOS os termos como 0,00.

a) Explique por que a partir de determinado termo a planilha exibe TODOS os termos como 0,00.

Resolução:

Isso acontece, pois, a partir do K-ésimo termo, o a_n passa a ter suas duas primeiras casas decimais iguais a zero que são as únicas casas decimais expostas.

b) Determine K.

Tabela de Logaritmos:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$log_{10}(x)$	0,000	0,301	0,477	0,602	0,699	0,778	0,845	0,903	0,954	1,000

Resolução:

Queremos o primeiro número da forma:

$$a_K = A \cdot 10^{-3} \Rightarrow (0{,}9)^n = A \cdot 10^{-3}, A \in \mathbb{R}\ e\ 1 < A < 10$$

$$\log(0{,}9)^K = \log A + \log 10^{-3}$$

$$k(\log 9 - \log 10) = \log A - 3$$

$$-0{,}046K = \log A - 3 \Rightarrow \log A = 3 - 0{,}046K \Rightarrow A = 10^{3-0{,}046K}$$

Mas $1 < 10^{3-0{,}046K} < 10 \Rightarrow 10^0 < 10^{3-0{,}046K} < 10^1 \Rightarrow 0 < 3 - 0{,}046K < 1$, daí:

$$K > 43{,}5\ e\ K < 65{,}2$$

Dessa forma, o primeiro K é 44.

10. No plano cartesiano, a partir do ponto (*a*,*b*), só há dois movimentos possíveis:,

1) ir para o ponto (*a* – 1, *b* + 1)
2) ir para o ponto (*a* + 1, *b* + 1)

a) Explique por que não se pode ir do ponto (0,0) ao ponto (1,8).

Resolução:

Em cada movimento há uma subida e um movimento para a direita ou para a esquerda. Sendo *E* o número de movimentos para a esquerda e *D* o número de movimentos para a direita, é necessário que *D* exceda *E* em 1 unidade e que *D* + *E* = 8, ou seja:

$$\begin{cases} D + E = 8 \\ D - E = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} D = 4{,}5 \\ E = 3{,}5 \end{matrix}$$

O que é impossível pois *D* e *E* devem ser números naturais.

b) Quantos são os caminhos diferentes para ir do ponto (0,0) ao ponto (2,8)?

Resolução:

Partindo de (0,0) e chegando em (2,8) devemos ter:

$$\begin{cases} D + E = 8 \\ D - E = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} D = 5 \\ E = 3 \end{matrix}$$

Dessa forma, cada caminho distinto é composto por 5 movimentos para a direita e 3 movimentos para a esquerda, deferindo apenas na ordem em que cada movimento ocorre. Portanto, o número total de caminhos é dado por:

$$P_8^{3,5} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = 56$$

bne_edu

WEB HTTPS://BNEEDU.COM
INSTAGRAM @BNE_EDU
CONTATO +55 11 99771 6133